

Additional Mathematics

คณิตศาสตร์เพิ่มเติม

หน่วยการเรียนรู้ที่ 11

กราฟความสัมพันธ์

ชื่อ .....

ชั้น ..... เลขประจำตัว .....

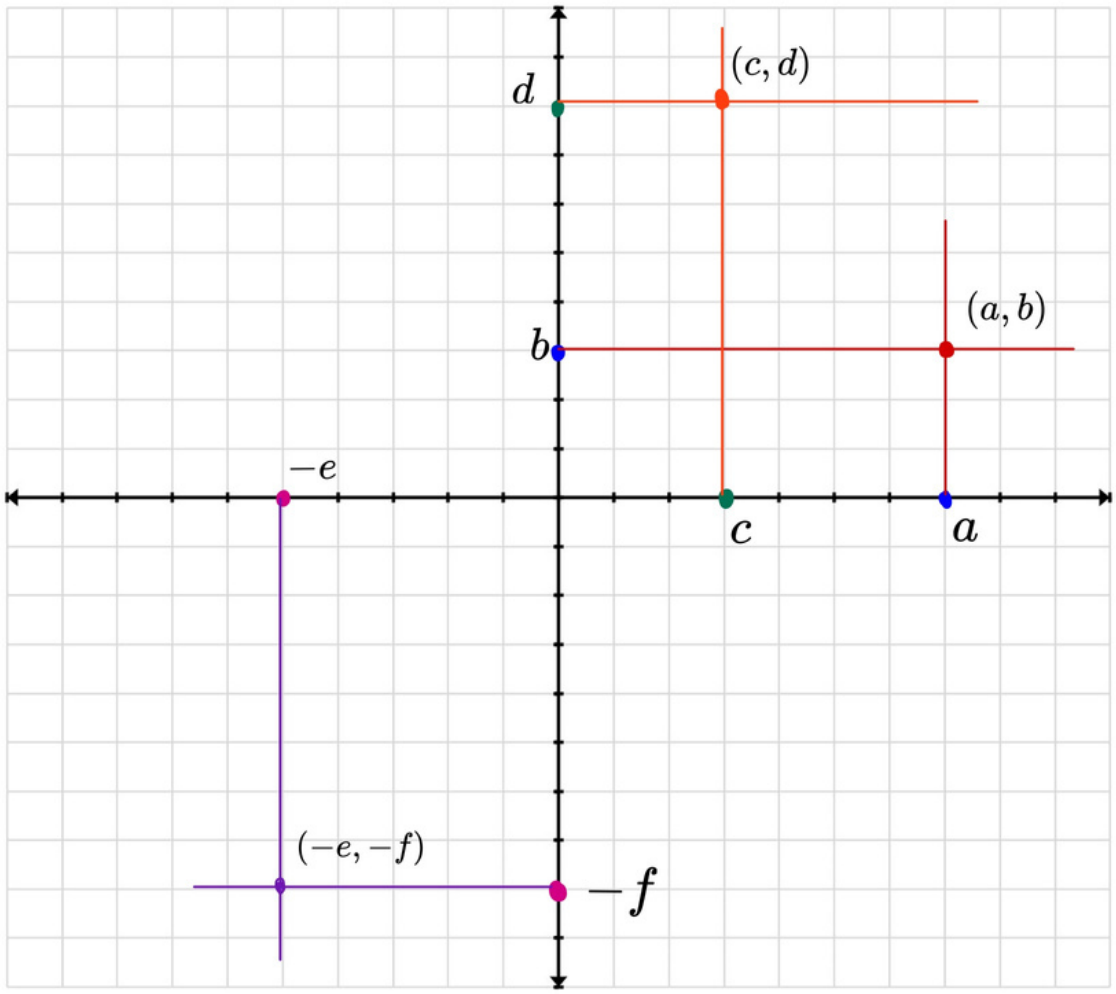
โรงเรียน .....

ครูผู้สอน....

พิชญุตม์ ราชเดิม(PunPitchy)

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ Best Friend Forever School

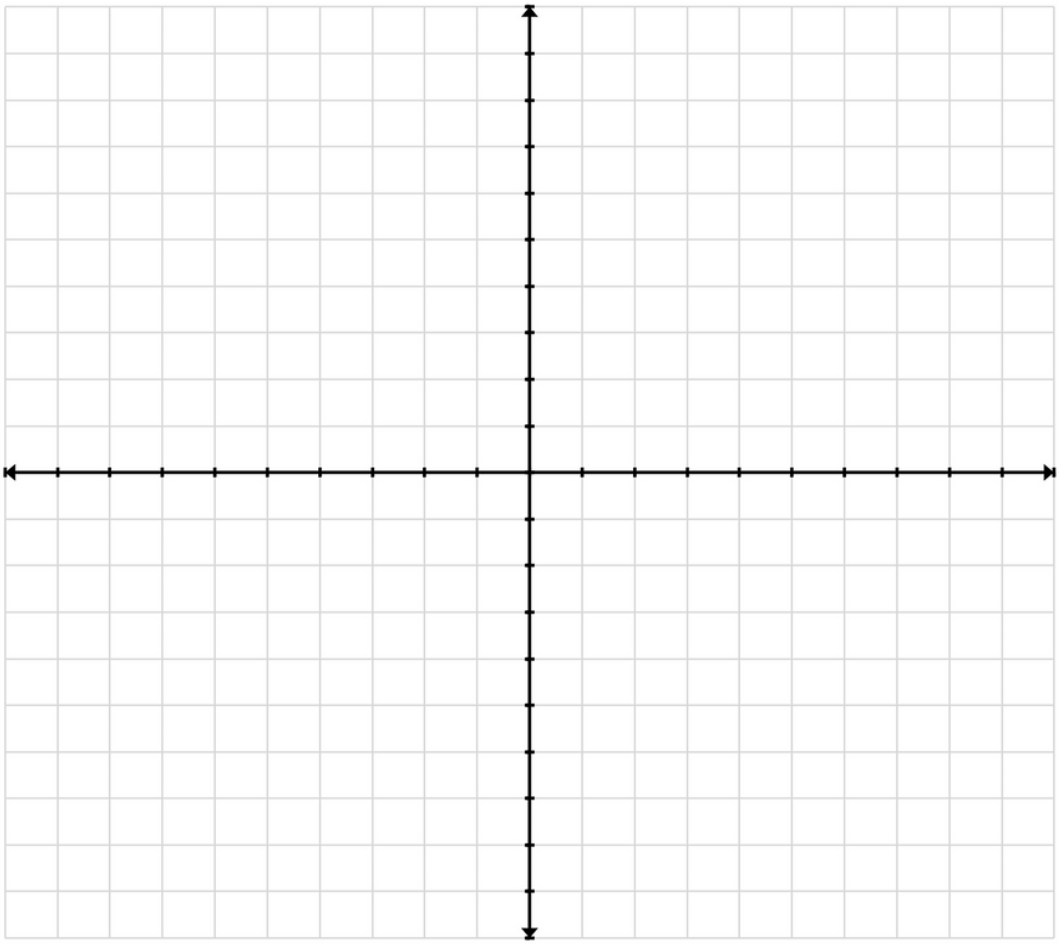
11.1 รู้จักกราฟการอ่านคู่อันดับ



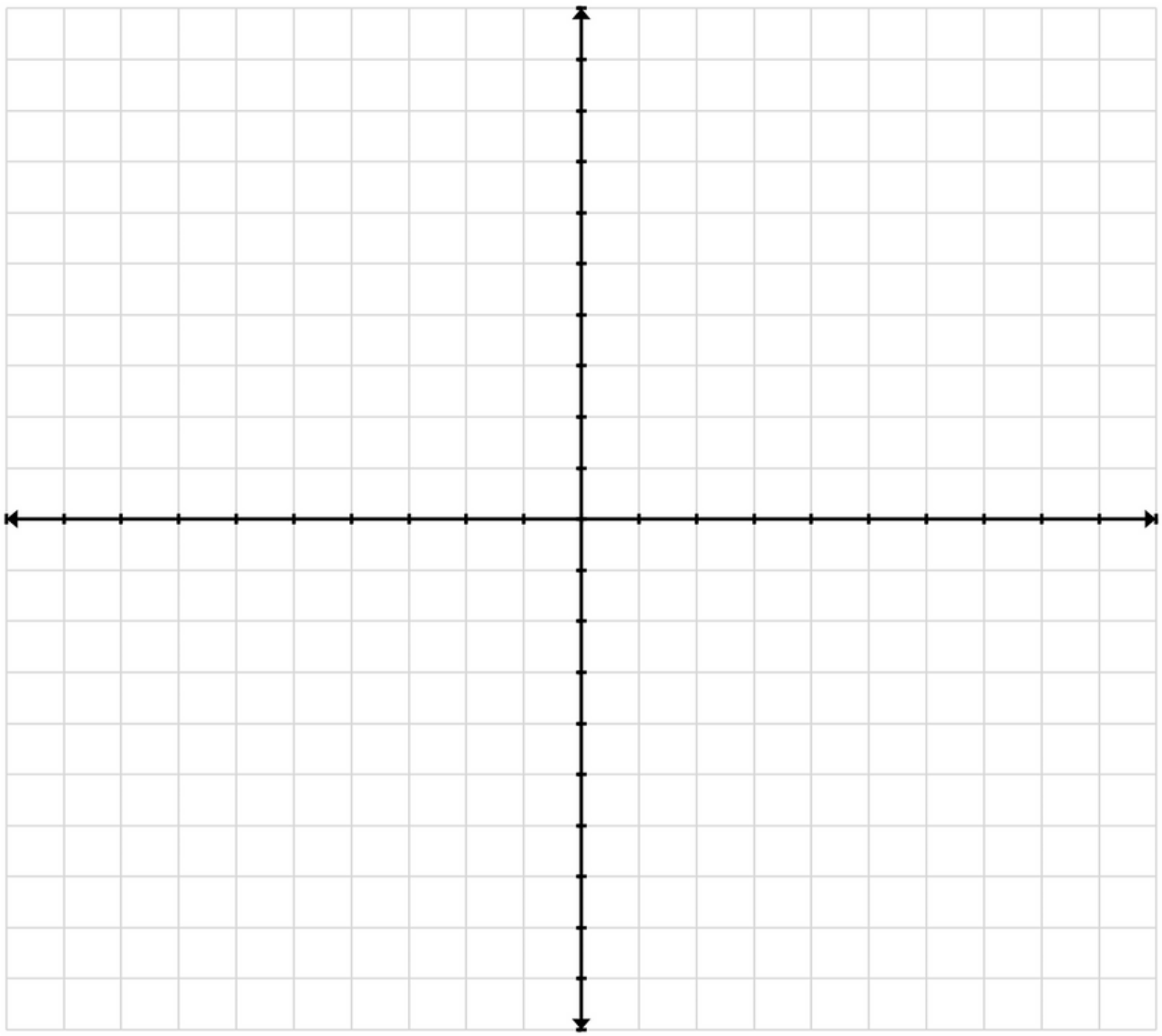
กราฟความสัมพันธ์ หน้าที่ 2

กิจกรรมรังสรรค์ศิลปะ ไม่ธรรมดา แบบนักคณิตศาสตร์

คำสั่ง :ให้นักเรียนเลือกรูปทรงเรขาคณิตใดก็ได้ที่นักเรียนวาดด้วยคู่อันดับได้ถนัด 2 รูป บนกราฟ



กราฟความสัมพันธ์ หน้าที่ 3



11.2 ความสัมพันธ์ของสมการเชิงเส้นสองตัวแปรบนกราฟ

ในทางคณิตศาสตร์ สมการเชิงเส้นสองตัวแปร มีรูปมาตรฐานคือ

$$y = mx + c$$

$$f(x) = mx + c$$

รูปทั่วไปของสมการเชิงเส้นสองตัวแปรจะมีผลกับความสัมพันธ์บนกราฟ นั่นคือ
m คือสัมประสิทธิ์หน้าพจน์ดีกรี 1 แทนความชันของกราฟ
หาได้สองวิธีคือ

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x+h) - f(x)}{(x+h) - x} = \frac{f(x+h) - f(x)}{x}$$

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = f'(x) = \frac{dy}{dx}$$

c คือค่าคงตัวหรือจำนวนจริงใดๆ แทนจุดตัดของเส้นกราฟที่แกน f(x) หรือ y

กราฟความสัมพันธ์ หน้าที่ 5

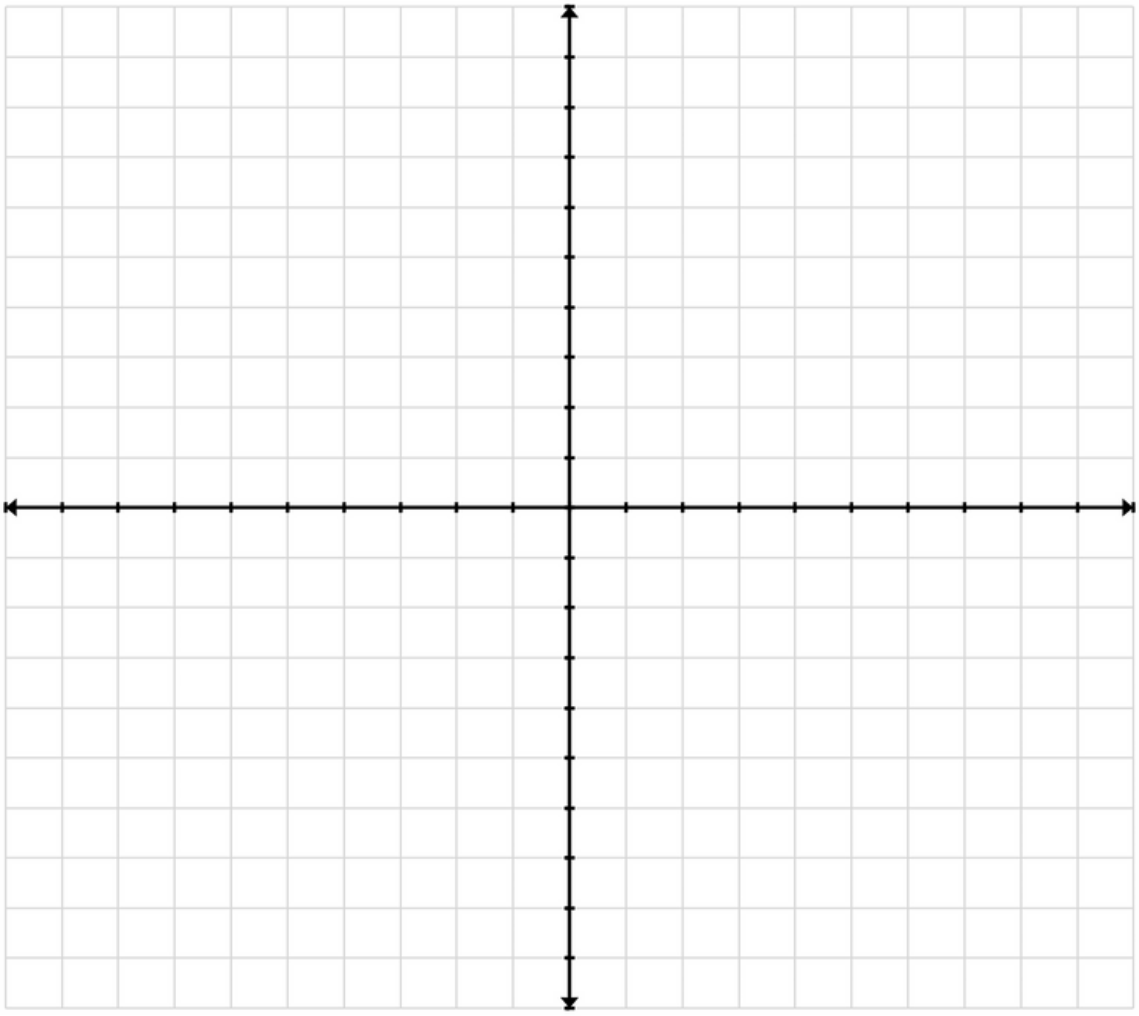
แบบฝึกหัด วาดกราฟจากสมการ ดังต่อไปนี้

$y = 5x + 6$

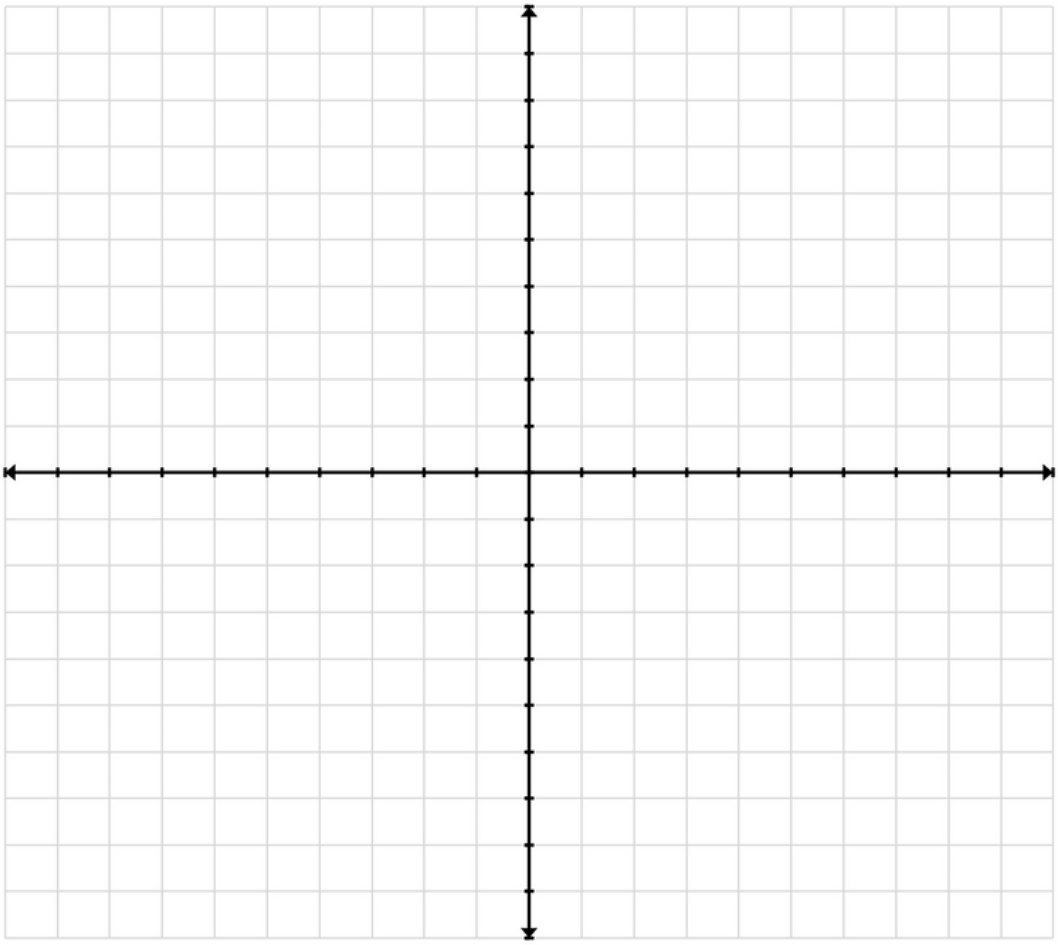
$2y = 6x - 3$

$4y - 3 = 8x + 5$

$\frac{2y - \frac{11}{3}}{5} = \frac{6x + 2}{3}$

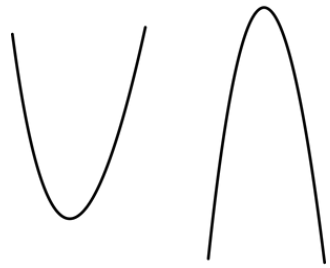


นักคณิตศาสตร์น้อยมาวาดรูปอีกรอบ
เอารูปทรงที่วาดก่อนหน้านี้ 1 รูปมาทำอีกครั้ง โดยใช้
สมการเชิงเส้นสองตัวแปร



11.3 กราฟพาราโบลาของฟังก์ชั่นยกกำลังสอง

พาราโบลา คือกราฟที่มีชักษณะเป็นเส้นโค้ง เกิดจากการตัดพื้นผิวกรวยด้วยระนาบที่ขนานกับเส้นกำเนิดกรวย พาราโบลาจะมีลักษณะดังรูป



พาราโบลาจะมีรูปของสมการว่า $y = f(x) = ax^2 + bx + c$
$a \neq 0$

a คือสัมประสิทธิ์พจน์ดีกรีสองที่ห้ามเท่ากับ 0 และจะส่งผลต่อลักษณะกราฟดังนี้

กราฟจะหงาย เมื่อ $a \in R^+$, $a > 0$

กราฟจะคว่ำ เมื่อ $a \in R^-$, $a < 0$

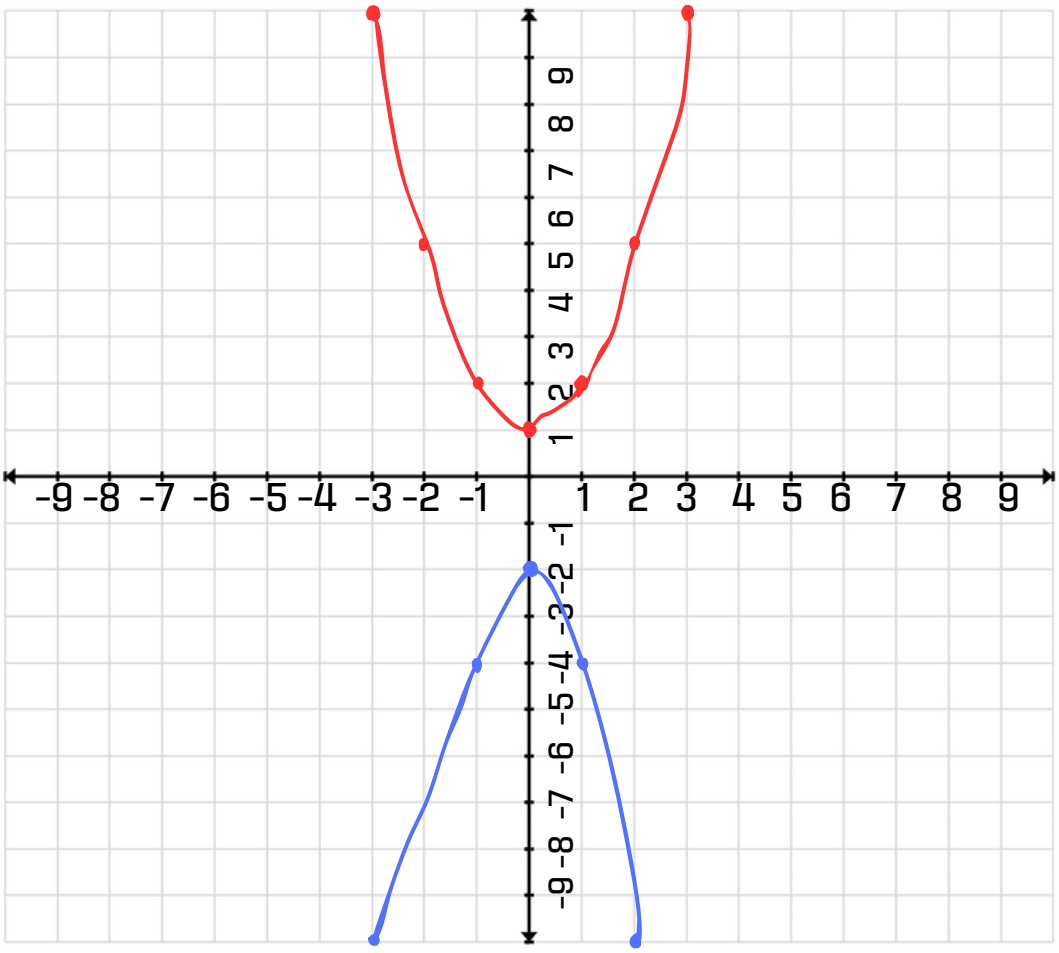
ตัวอย่างกราฟพาราโบลาจากสมการฟังก์ชั่นกำลังสอง

$f(x) = x^2 + 1$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	10	5	2	1	2	5	10

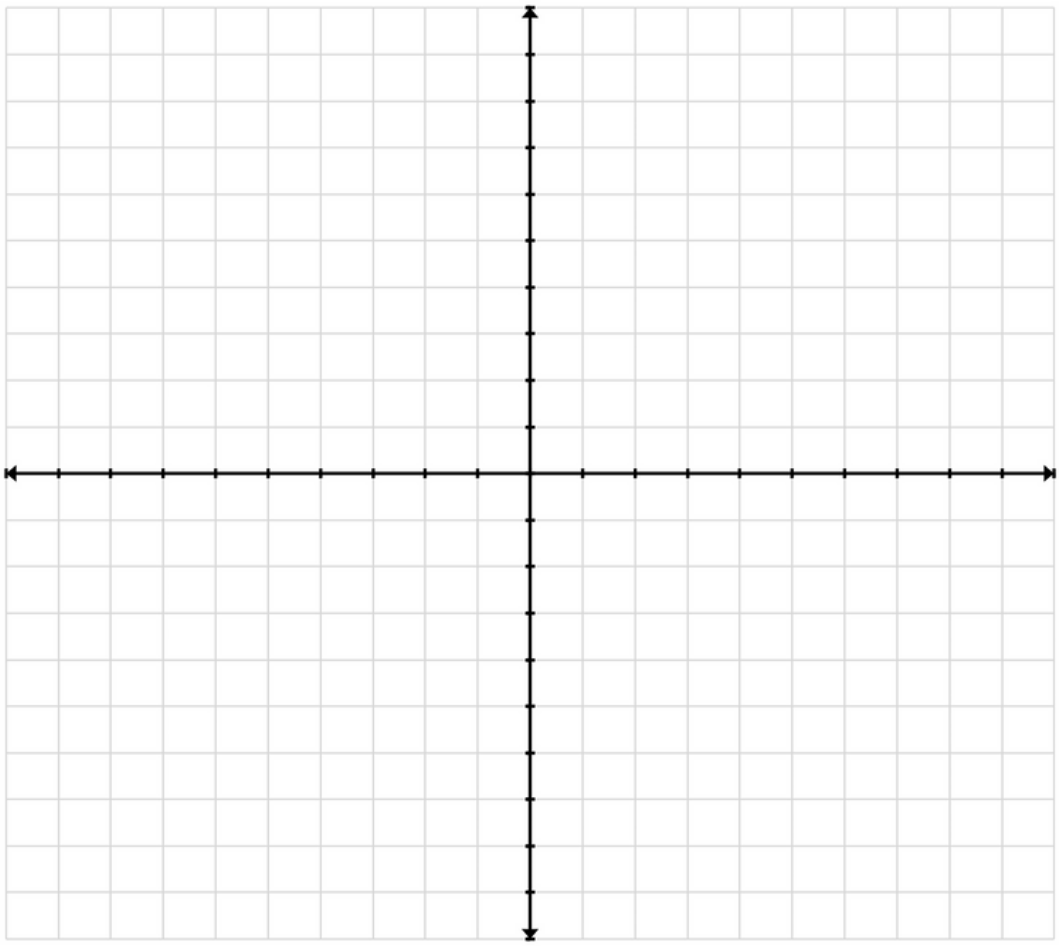
$f(x) - 2x^2 - 2$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	-20	-10	-4	-2	-4	-10	-20



จากฟังก์ชั่นกำลังสองที่กำหนดให้วาดเป็นกราฟพาราโบลา

$$f(x) = x^2 - 3$$
$$f(x) = 2x^2 + x - 4$$
$$f(x) = -x^2 + 8$$
$$f(x) = -2x^2 + 11$$



สมบัติการเลื่อนขนานของพาราโบลา

สมการของการเลื่อนขนาน : $f(x) = (x-h)^2 + k$

ถ้า k มากและเป็นบวกกราฟจะเลื่อนขึ้นตามค่าของ k
ถ้า k น้อยและเป็นลบกราฟจะเลื่อนลงตามค่าของ k

ถ้า h มากและเป็นบวกจะเลื่อนไปขวาตามค่าของ h
ถ้า h น้อยและเป็นลบจะเลื่อนไปซ้ายตามค่าของ h

จุดยอดและแกนสมมาตรของกราฟ

จุดยอดของกราฟ คือจุด (h,k)
แกนสมมาตรของกราฟ คือจุด h

วิธีหาจุดยอดของกราฟ ใช้สูตร $h = -\frac{b}{2a}$
แล้วนำ h ที่ได้แทนค่า x ในสมการ จะได้คำตอบ คำตอบที่ได้
จะแทนค่า k

เช่น $f(x) = x^2 + 6x - 10$

$$h = \frac{-b}{2a} = \frac{-6}{2(1)} = -3$$

ดังนั้น ฟังก์ชั่นนี้ จะมีจุดยอดกราฟ
ที่จุด (-3,-19)และแกนสมมาตร-3

$$f(x) = (-3)^2 + 6(-3) - 10$$
$$f(x) = 9 + (-18) - 10$$
$$f(x) = -19 = k$$

กราฟกับอัจฉริยะ ใครชนะ???

จากสมการที่กำหนดให้ จงหาจุดยอดและแกนสมมาตร

$$f(x) = 2x^2 - 3$$
$$f(x) = 3x^2 + 6x - 8$$
$$f(x) = x^2 - 9x + 2$$
$$f(x) = -2x^2 + 5x - 8$$
$$f(x) = -3x^2 - 3x + 6$$
$$f(x) = -5x^2 + 6x - 9$$

กราฟความสัมพันธ์ หน้าที่ 12

กฎต่างๆในธรรมชาติล้วนปรากฏในรูปของสมการคณิตศาสตร์
และ “พระเจ้าเป็นนักคณิตศาสตร์”

Galileo Galilei
(นักดาราศาสตร์ นักคณิตศาสตร์ และวิศวกร
ชาวอิตาลี)